REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

DEVOIR DE SYNTHESE N°1

Classe : 2ème année sciences 5

MATHEMATIQUES 2 heures

Lycée Imam Moslem

ANIS BEN ALI

Décembre 2020

EXERCICE N°1 (3 points)

*Répondre par **vrai** ou **faux** en justifiant la réponse.*

1) Le degré du polynôme défini par $P(x)=(1-3x^2+x)(5x^{2018}-x^{2019}+7x-2)$ est égal à 2021.

2) Soit G le barycentre des points pondérés (A,m^2+1) et $(B,m^2-m+2020)$ où m est réel.
G est un point du segment $[AB]$.

3) Si P et Q sont deux polynômes de degré 3 alors P+Q est un polynôme de degré 3.

EXERCICE N°2 (8 points)

Soient a,a',b,b',c et c' des réels tels que $a\times a'\neq 0$.
On donne le tableau de signe de A et B avec $A(x)=ax^2+bx+c$ et $B(x)=a'x^2+b'x+c'$.
On donne également $A(0)=12$ $(*)$ et $B(2)=-1$ $(**)$

x	$-\infty$		-4		1		3		$+\infty$
$A(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$B(x)$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	

A) *Par lecture du tableau précédent :*

1) a) Comparer $A(2020)$ et $B(-2020)$.

b) Déterminer le signe de c et c'.

c) Factoriser A et B sur votre copie : $A(x)=a(\ldots\ldots)\times(\ldots\ldots)$ et $B(x)=a'(\ldots\ldots)\times(\ldots\ldots)$

2) Indiquer l'ensemble de solutions de l'inéquation et l'équation suivantes :

a) $\dfrac{A}{B}\geq 0$ b) $B+|B|=0$.

3) En utilisant $(*)$, déterminer les réels a, b et c.

4) En utilisant $(**)$, déterminer les réels a', b' et c'.

B) Dans toute la suite, on prendra $A(x)=-x^2-x+12$ et $B(x)=x^2-4x+3$.

5) Soit le polynôme $P(x)=-x^3+x^2+14x-24$.

a) Montrer que le polynôme P est factorisable par le polynôme A .

b) Montrer que $P(x)=(x-2)\times A(x)$ et déterminer les zéros de P.

c) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2-24=|x|\left(x^2-14\right)$.

d) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $\sqrt{P}$.

EXERCICE N°3 *(9 points)*

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB=3$ et $AC=2$.

On pose : • I Le barycentre des points pondérés $(A,2)$ et $(B,-1)$.

• E Le barycentre des points pondérés $(B,1)$ et $(C,3)$.

• G Le barycentre des points pondérés $(A,-2)$ et $(C,3)$.

1) Construire les points I, E et G.

2) a) Soit M un point du plan. Compléter sur votre copie : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=$.......... et $-2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}=$............

b) En déduire que C est le centre de gravité du triangle IBG. (On calculera $\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CG}$)

3) Soit F le barycentre des points pondérés $(A,-2),(B,1)$ et $(C,3)$.

a) Montrer que F est le barycentre des points pondérés $(I,-1)$ et $(C,3)$.

b) Montrer que F est le milieu du segment $[BG]$. En déduire la nature du triangle AFB.

c) Montrer que les points E, F et A sont alignés.

d) En déduire que les droites $(IC),(AE)$ et (BG) sont concourantes.

4) Déterminer les ensembles suivants :

a) $\Delta=\left\{ M\in P \; ; \; \left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|-2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right\| \right\}$.

b) $\zeta=\left\{M\in P \; ; \; \left(2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)\perp\left(-2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right) \right\}$.

5) Soit $\xi=\left\{ M\in P \; ; \; \left\|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MG}\right\|= 12 \right\}$.

a) Montrer que $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GA}$. En déduire que G est un point de ξ.

b) Déterminer l'ensemble ξ.